

# Evaluation des performances bout en bout du trafic TCP sous le régime "Équité Équilibrée"

Jean Marie Garcia<sup>1</sup>, Mohamed El Hedi Boussada<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LAAS-CNRS, SARA  
7 avenue du Colonel Roche, 31077  
Toulouse, France  
jmg@laas.fr

<sup>2</sup> SUP'COM, MEDIATRON  
Technopôle El Gazala, 2088 Ariana, Tunisie  
med.elhadi.boussada@supcom.tn

## 1. Introduction

Aujourd'hui, la plupart du trafic circulé dans l'Internet est généré par un transfert de documents comme les fichiers ou les pages Web [1]. Ce trafic est élastique dans le sens où la durée de chaque transfert dépend de l'état du réseau.

Chaque document est divisé en une séquence de paquets, appelé flux, dont le débit d'envoi est adapté selon l'état de congestion dans le réseau, généralement sous le contrôle du protocole TCP. La qualité du transfert dépend alors du temps nécessaire pour transférer avec succès tous les paquets du flux. En ce sens, les performances du trafic élastique se manifestent principalement au niveau flux et peuvent être traduits par le débit moyen de chaque flux de données [3].

Comme il y a plusieurs classes des flux, l'évolution du nombre des flux pour chaque classe dépend toujours de la nature de l'allocation des ressources. La plupart des travaux sont concentrés sur des allocations basés sur des fonctions d'utilités comme l'allocation classique « équité max-min » et « l'équité proportionnelle de Kelly » . En général, l'analyse d'un réseau fonctionnant sous régime de ces allocations est assez difficile. Une des raisons est qu'ils ne conduisent pas à une expression explicite pour la distribution stationnaire, qui détermine le nombre typique de flux concurrents de chaque classe[2]. Dans ce contexte, La notion de l'équité équilibré (Balanced Fairness en anglais) a été introduite par Bonald et Proutière comme un moyen d'évaluer approximativement la performance de ces allocations équitables[1]. Une propriété clé de l'équité équilibrée est son insensibilité : la distribution stationnaire de nombre des

flux est indépendante de toutes les caractéristiques fines du trafic[2]. La seule hypothèse requise est que les flux arrivent comme un processus de Poisson, qui est effectivement satisfaite dans la pratique des grands réseaux avec de nombreux abonnés.

Toutefois, l'équité équilibrée reste complexe à utiliser dans un contexte pratique car elle requiert le calcul de la probabilité de chacun des états possibles du système, et est donc confrontée à l'explosion combinatoire de l'espace d'états pour de grands réseaux. Dans ce contexte, il est primordial de proposer des solutions (ou bien des approximations) permettant de calculer efficacement les métriques de performance sans nécessiter l'évaluation des probabilités individuelles des états.

Ce papier vise à proposer des approximations simples et explicites pour évaluer les performances de bout en bout des flux élastiques sous le régime d'équité équilibrée.

## 2. Modèle

Le modèle consiste en un ensemble de  $L$  liens où chaque lien  $l$  a une capacité  $C_l$ . Un certain nombre de flots élastiques sont en compétition pour le partage de la bande passante de ces liens. Soit  $E$  l'ensemble de classes de ces flots. Chaque flux d'une classe  $i \in E$  est caractérisé par leur débit maximum noté  $d_i$  et la taille moyenne de fichier à transférer noté  $\sigma_i$ . La congestion force les flux à réduire leurs débits et par suite d'augmenter le délai du transfert.

Les flux arrivent suivant un processus de Poisson de moyenne  $\lambda_i$  pour les flux de classe  $i \in E$ . L'intensité du trafic d'une classe  $i$  est donné par le produit  $\rho_i = \lambda_i \sigma_i$ . On désigne par  $A$  la matrice d'incidence défini comme :  $a_{il} = 1$  si les flots de classe  $i$  utilisent le lien  $l \in L$ , et 0 sinon.

Soit  $\theta_l = \sum_{i \in E} a_{il} \rho_i$  le trafic offert à un lien  $l \in L$ . Pour maintenir la stabilité du système, on suppose que la charge totale de chaque lien  $l \in L$  est strictement inférieure à sa capacité :  $\theta_l < C_l$ .

On note par  $x_i$  le nombre des flux présents dans le réseau pour la classe  $i$  et on désigne par  $x = (x_i)_{i \in E}$  l'état du réseau.

Pour la suite, on évalue les performances du trafic élastique à travers le débit moyen de chaque flux. En utilisant la formule de Little, le débit moyen de chaque flux d'une classe  $i \in E$  est donné par :

$$\gamma_i = \frac{\rho_i}{E[x_i]} \quad (1)$$

où  $E[x_i]$  est le nombre moyen des flux de la classe  $i$ .

### 3. Analyses

On partage les ressources du réseau selon le régime équité équilibrée.

#### 3.1. Cas d'un seul lien

On suppose ici que le réseau est limité à un lien unique de capacité  $C$ . On note  $\theta = \sum_{i \in E} \rho_i$  le trafic offert à ce lien.

La probabilité de congestion d'une classe  $i \in E$  est donnée par la probabilité de l'ensemble  $B_i = \{x : C - d_i < n\}$  où  $n = \sum_{k \in E} d_k x_k$  :

$$\pi(B_i) = \frac{1}{C - \theta} \sum_{k \in E} \rho_k \pi(W_k) + \pi(W_i) \quad (2)$$

Où  $W_k = \{x : C - d_k < n \leq C\} \quad \forall k \in E$ .

$$\pi(W_k) = \pi(0) \sum_{C - d_k < n \leq C} \prod_{j \in E} \frac{(\frac{\rho_j}{d_j})^{x_j}}{x_j!} \quad (3)$$

Avec :

$$\pi(0) = \left( \sum_{C - d_k < n \leq C} \prod_{j \in E} \frac{(\frac{\rho_j}{d_j})^{x_j}}{x_j!} + \frac{1}{C - \theta} \sum_{k \in E} \rho_k \sum_{C - d_k < n \leq C} \prod_{j \in E} \frac{(\frac{\rho_j}{d_j})^{x_j}}{x_j!} \right)^{-1} \quad (4)$$

Le nombre moyen des flux d'une classe  $i \in E$  est donné par :

$$E[x_i] = \frac{\rho_i}{d_i} \left[ 1 - \pi(B_i) + \frac{1}{C - \theta} \pi(0) \sum_{k \in E} \rho_k \sum_{C - d_i - d_k < n \leq C - d_i} \prod_{j \in E} \frac{(\frac{\rho_j}{d_j})^{x_j}}{x_j!} \right] + \frac{\rho_i}{C - \theta} \pi(B_i) \quad (5)$$

On montre que :

$$E[x_i] \leq \frac{\rho_i}{d_i} + \frac{\rho_i}{C - \theta} \pi(B_i) \quad (6)$$

L'inéquation (6) donne une borne supérieure au nombre moyen des flux de chaque classe. Bien qu'il soit difficile de le démontrer mathématiquement, toutes nos observations numériques concordent sur le fait que cette borne supérieure fournit une très bonne approximation de  $E[x_i]$ . Donc on peut écrire :

$$E[x_i] \approx \frac{\rho_i}{d_i} + \frac{\rho_i}{C - \theta} \pi(B_i) \quad (7)$$

#### 3.2. Généralisation vers le cas d'un réseau

Pour le cas d'un réseau, on propose l'approximation suivante :

$$E[x_i] \approx \frac{\rho_i}{d_i} + \sum_{l \in L} a_{il} \pi(B_i^l) \frac{\rho_i}{C_l - \theta_l} \quad (8)$$

Où :

$$\pi(B_i^l) = \frac{1}{C_l - \theta_l} \sum_{k \in E} a_{kl} \rho_k \pi(W_k^l) + \pi(W_i^l) \quad (9)$$

Pour tout  $i \in E$ , les ensembles  $B_i^l$  et  $W_i^l$  (ainsi leurs probabilités) sont définis de la même façon que la section précédente en remplaçant  $C$  par  $C_l$ ,  $\theta$  par  $\theta_l$  et  $n$  par  $n_l = \sum_{k \in E} a_{kl} d_k x_k$ .

La validité de cette approximation a été prouvée par simulations sur NS-2 où l'erreur relative n'a pas dépassé le 5% pour des petites et moyennes valeurs de  $\theta_l$ .

### 4. Conclusion

Malgré son efficacité dans l'étude des performances du trafic élastique, l'allocation équité équilibrée reste complexe à utiliser dans un contexte pratique, et surtout pour des réseaux assez larges. Dans ce sens, on a proposé des approximations pour évaluer le débit moyen de bout-en-bout du trafic élastique sous une telle allocation. Les approximations données sont précises et permettent une généralisation pour de grands réseaux avec un temps de calcul raisonnable. Ces résultats conduisent directement à des règles simples d'ingénierie de trafic et à des méthodes robustes d'évaluation des performances nécessaires à la maîtrise des réseaux actuels.

### Bibliographie

1. Bonald, T., Virtamo, J. (2004). Calculating the flow level performance of balanced fairness in tree networks. *Performance Evaluation*, 58(1), 1-14.
2. Bonald, T., Haddad, J. P., Mazumdar, R. R. (2011, September). Congestion in large balanced multi-rate links. In *Proceedings of the 23rd International Teletraffic Congress* (pp. 182-189). International Teletraffic Congress.
3. Brun, O., Al Sheikh, A., Garcia, J. M. (2009, September). Flow-level modelling of TCP traffic using GPS queueing networks. In *Teletraffic Congress, 2009. ITC 21 2009. 21st International* (pp. 1-8). IEEE.